No. of Printed Pages : **16**

4712

B

பதிவு எண்
Register Number

PART - III

கணிதம் / MATHEMATICS

(தமிழ் மற்றும் ஆங்கில வழி / Tamil & English Version)

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்] [மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

Time Allowed : 3.00 Hours] [Maximum Marks : 90

அறிவுரைகள் : (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.

(2) **நீலம்** அல்லது **கருப்பு** மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிகோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

Instructions : (1) Check the question paper for fairness of printing. If there is any lack of fairness, inform the Hall Supervisor immediately.

(2) Use **Blue** or **Black** ink to write and underline and pencil to draw diagrams.

பகுதி - I / PART - I

குறிப்பு : (i) **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **20x1=20**

(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

Note : (i) **All** questions are **compulsory**.

(ii) Choose the most appropriate answer from the given **four** alternatives and write the option code and the corresponding answer.

[திருப்புக / Turn over

1. மெய் எண்களின் கணம் **R** -ன் மீது '$*$' பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், கீழ்க்காண்பவைகளில் எது **R** -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல ?

(1) $a*b=a$ (2) $a*b=\min(a, b)$

(3) $a*b=a^b$ (4) $a*b=\max(a, b)$

In the set **R** of real numbers '$*$' is defined as follows. Which one of the following is **not** a binary operation on **R** ?

(1) $a*b=a$ (2) $a*b=\min(a, b)$

(3) $a*b=a^b$ (4) $a*b=\max(a, b)$

2. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ -ன் மதிப்பு :

(1) 0 (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) π

The value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is :

(1) 0 (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) π

3. P(x, y) என்ற புள்ளி, குவியங்கள் $F_1(3, 0)$ மற்றும் $F_2(-3, 0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு $16x^2+25y^2=400$ -ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் PF_1+PF_2 -ன் மதிப்பு :

(1) 10 (2) 8 (3) 12 (4) 6

If P(x, y) be any point on $16x^2+25y^2=400$ with foci $F_1(3, 0)$ and $F_2(-3, 0)$, then PF_1+PF_2 is :

(1) 10 (2) 8 (3) 12 (4) 6

4. $\hat{i}+\hat{j}$, $\hat{i}+2\hat{j}$, $\hat{i}+\hat{j}+\pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு :

(1) π (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{3}$

The volume of the parallelepiped with its edges represented by the vectors $\hat{i}+\hat{j}$, $\hat{i}+2\hat{j}$, $\hat{i}+\hat{j}+\pi\hat{k}$ is :

(1) π (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{3}$

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx =$

(1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \, dx$ (3) 0 (4) 1

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx =$

(1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \, dx$ (3) 0 (4) 1

6. 1, 2, 3, 4, 5, 6 எண்ணிடப்பட்ட அறுபக்க பகடையும், 1, 2, 3, 4 என எண்ணிடப்பட்ட நான்கு பக்க பகடையும் சோடியாக உருட்டப்பட்டு இரண்டும் காட்டும் எண்களின் கூட்டல் தொகை தீர்மானிக்கப்படுகிறது. இந்த கூட்டலைக் குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி X எனில், கூடுதல் 7 -ன் நேர்மாறு பிம்பத்தின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை :

(1) 3 (2) 1 (3) 4 (4) 2

A pair of dice numbered 1, 2, 3, 4, 5, 6 of a six sided die and 1, 2, 3, 4 of a four sided die is rolled and the sum is determined. If the random variable X denote the sum, then the number of elements in the inverse image of 7 is :

(1) 3 (2) 1 (3) 4 (4) 2

7. A, B மற்றும் C என்பன நேர்மாறு காணத்தக்கவாறு ஏதேனுமொரு வரிசையில் உள்ள அணிகள் எனில் பின்வருவனவற்றில் எது **உண்மையல்ல** ?

(1) $\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$ (2) $\text{adj } A = |A| A^{-1}$

(3) $(ABC)^{-1} = C^{-1} B^{-1} A^{-1}$ (4) $\text{adj }(AB) = (\text{adj } A) \ (\text{adj } B)$

If A, B and C are invertible matrices of some order, then which one of the following is **not true** ?

(1) $\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$ (2) $\text{adj } A = |A| A^{-1}$

(3) $(ABC)^{-1} = C^{-1} B^{-1} A^{-1}$ (4) $\text{adj }(AB) = (\text{adj } A) \ (\text{adj } B)$

8. $\vec{r} \cdot \left(2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}\right) = 3$ மற்றும் $\vec{r} \cdot \left(4\hat{i} + \hat{j} - \mu\hat{k}\right) = 5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில், λ மற்றும் μ -ன் மதிப்புகள் முறையே :

(1) $-\frac{1}{2}, -2$ (2) $\frac{1}{2}, -2$ (3) $\frac{1}{2}, 2$ (4) $-\frac{1}{2}, 2$

If the planes $\vec{r} \cdot \left(2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}\right) = 3$ and $\vec{r} \cdot \left(4\hat{i} + \hat{j} - \mu\hat{k}\right) = 5$ are parallel, then the values of λ and μ are respectively :

(1) $-\frac{1}{2}, -2$ (2) $\frac{1}{2}, -2$ (3) $\frac{1}{2}, 2$ (4) $-\frac{1}{2}, 2$

9. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 4 செ.மீ. மற்றும் அதன் பிழை 0.1 செ.மீ. எனில் கன அளவு கணக்கீட்டில் ஏற்படும் பிழை (கன செ.மீட்டரில்) :

(1) 2 (2) 0.4 (3) 4.8 (4) 0.45

If we measure the side of a cube to be 4 cm with an error of 0.1 cm, then the error in calculation of the volume is (in cubic cm) :

(1) 2 (2) 0.4 (3) 4.8 (4) 0.45

10. $f(x) = \frac{1}{12}$, $a < x < b$ எனும் சார்பு ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பினைக் குறிக்கிறது எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது a மற்றும் b -ன் மதிப்புகளாக இருக்க இயலாது ?

(1) 7 மற்றும் 19 (2) 0 மற்றும் 12

(3) 16 மற்றும் 24 (4) 5 மற்றும் 17

If the function $f(x) = \frac{1}{12}$ for $a < x < b$, represents a probability density function of a continuous random variable X, then which of the following cannot be the values of a and b ?

(1) 7 and 19 (2) 0 and 12

(3) 16 and 24 (4) 5 and 17

11. $\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0$ -ன் தீர்வு :

(1) $x = ce^{-\int Pdy}$ (2) $y = ce^{\int Pdx}$ (3) $x = ce^{\int Pdy}$ (4) $y = ce^{-\int Pdx}$

The solution of $\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0$ is :

(1) $x = ce^{-\int Pdy}$ (2) $y = ce^{\int Pdx}$ (3) $x = ce^{\int Pdy}$ (4) $y = ce^{-\int Pdx}$

12. t என்ற காலத்தில் ஒரு நகரும் 's' துகளின் நிலை $s(t) = 5t^2 - 2t - 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம் :

(1) 1 (2) 0 (3) 3 (4) $\frac{1}{3}$

The position of a particle 's' moving at any time t is given by $s(t) = 5t^2 - 2t - 8$. The time at which the particle is at rest, is :

(1) 1 (2) 0 (3) 3 (4) $\frac{1}{3}$

13. $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ -ன் நேர்மாறு :

(1) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

The inverse of $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ is :

(1) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

14. $f(x)=x^2$ என்ற சார்பு $[0, \infty)$ என்ற இடைவெளியில் :

(1) கணக்கிட இயலாது

(2) ஏறும் சார்பு

(3) ஏறும் மற்றும் இறங்கும் சார்பு

(4) இறங்கும் சார்பு

The function $f(x)=x^2$, in the interval $[0, \infty)$ is :

(1) cannot be determined

(2) increasing function

(3) increasing and decreasing function

(4) decreasing function

15. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$ -இன் மதிப்பு :

(1) 0 (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{1}{2}$

The value of $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$ is :

(1) 0 (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{1}{2}$

16. x^3+64 -ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி :

(1) $4i$ (2) 0 (3) -4 (4) 4

A zero of x^3+64 is :

(1) $4i$ (2) 0 (3) -4 (4) 4

17. $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{25} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மையம் :

(1) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (2) $(-1, 1)$ (3) $(1, -1)$ (4) $(0, 0)$

The centre of the hyperbola $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{25} = 1$ is :

(1) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (2) $(-1, 1)$ (3) $(1, -1)$ (4) $(0, 0)$

18. $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{4}} = 0$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி :

(1) 2, 6 (2) 2, 3 (3) 2, 4 (4) 3, 3

The order and degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{4}} = 0$ are :

(1) 2, 6 (2) 2, 3 (3) 2, 4 (4) 3, 3

19. $|z| = 1$ எனில் $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ -ன் மதிப்பு :

(1) $\frac{1}{z}$ (2) z (3) 1 (4) $\bar{z}$

If $|z| = 1$, then the value of $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ is :

(1) $\frac{1}{z}$ (2) z (3) 1 (4) $\bar{z}$

20. கலப்பெண் $(i^{25})^3$ -இன் மதிப்பு :

(1) 1 (2) i (3) $-i$ (4) -1

The value of the complex number $(i^{25})^3$ is equal to :

(1) 1 (2) i (3) $-i$ (4) -1

பகுதி - II / PART - II

குறிப்பு : (i) **எவையேனும் ஏழு** வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். **7x2=14**

(ii) வினா எண் **30 -க்கு கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும்.

Note : (i) Answer **any seven** questions.

(ii) Question number **30** is **compulsory.**

21. $z=(2+3i)\,(1-i)$ எனில் $z^{-1} = \frac{5}{26} - i\frac{1}{26}$ என நிறுவுக.

If $z=(2+3i)\,(1-i)$ then prove that $z^{-1} = \frac{5}{26} - i\frac{1}{26}$.

22. $x^2-5x+6=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\alpha^2-\beta^2=\pm 5$ என நிரூபிக்கவும்.

If α and β are the roots of $x^2-5x+6=0$ then prove that $\alpha^2-\beta^2=\pm 5$.

23. x -ன் எம்மதிப்பிற்கு $\sin x=\sin^{-1}x$ ஆகும் ?

For what value of x does $\sin x=\sin^{-1}x$?

24. $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ என்ற மூன்று வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிரூபிக்கவும்.

Show that the three vectors $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ are coplanar.

25. $\lim\limits_{x \to \infty}\left(\frac{e^x}{x^m}\right) = \infty$ என நிரூபிக்கவும். (இங்கு m என்பது ஓர் மிகை முழு எண்)

Prove that $\lim\limits_{x \to \infty}\left(\frac{e^x}{x^m}\right)$, where m is a positive integer, is ∞.

B

26. $g(x)=x^2+\sin x$ எனில் dg -ஐக் காண்க.

If $g(x)=x^2+\sin x$, then find dg.

27. $\dfrac{dy}{dx}=\sqrt{\dfrac{1-y^2}{1-x^2}}$ என்பதன் தீர்வு $\sin^{-1}y=\sin^{-1}x+C$ அல்லது $\sin^{-1}x=\sin^{-1}y+C$ என நிறுவுக.

Show that the solution of $\dfrac{dy}{dx}=\sqrt{\dfrac{1-y^2}{1-x^2}}$ is $\sin^{-1}y=\sin^{-1}x+C$ (or) $\sin^{-1}x=\sin^{-1}y+C$.

28. சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் பரவல் சார்பு F(x) :

$$F(x)=\begin{cases}0 & ; \ -\infty < x < 0\\ \frac{1}{2}(x^2+x) & ; \ 0 \leqslant x < 1\\ 1 & ; \ 1 \leqslant x < \infty\end{cases}$$

எனில் அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(2x+1) & ; \ 0 \leqslant x < 1\\ 0 & ; \ \text{பிற}\end{cases}$

என நிரூபிக்கவும்.

If X is the random variable with distribution function F(x), given by :

$$F(x)=\begin{cases}0 & ; \ -\infty < x < 0\\ \frac{1}{2}(x^2+x) & ; \ 0 \leqslant x < 1\\ 1 & ; \ 1 \leqslant x < \infty\end{cases}$$

then prove that the p.d.f. is $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(2x+1) & ; \ 0 \leqslant x < 1\\ 0 & ; \ \text{otherwise}\end{cases}$

29. சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} \mathrm{k}x e^{-2x} & , \; x > 0 \\ 0 & , \; x \le 0 \end{cases}$ எனில்

k -ன் மதிப்பு 4 என நிறுவுக.

The probability density function of X is given by $f(x) = \begin{cases} \mathrm{k}x e^{-2x} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \le 0 \end{cases}$ Prove

that the value of k is 4.

30. $y = \mathrm{A}\sin x$ (A என்பது எதேச்சை மாறிலி) என்பதன் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு $y = y' \tan x$ எனக் காட்டுக.
Show that the differential equation corresponding to $y = \mathrm{A}\sin x$, where A is an arbitrary constant, is $y = y' \tan x$.

பகுதி - III / PART - III

குறிப்பு : (i) **எவையேனும் ஏழு** வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். **7x3=21**
(ii) வினா எண் **40 -க்கு கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும்.

Note : (i) Answer **any seven** questions.
(ii) Question number **40** is **compulsory.**

31. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் 3 என நிறுவுக.

Show that the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ is 3.

32. $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $\mathrm{A}(\mathrm{adj}\,\mathrm{A}) = (\mathrm{adj}\,\mathrm{A})\mathrm{A} = |\mathrm{A}|\mathrm{I}$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

If $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$, verify that $\mathrm{A}(\mathrm{adj}\,\mathrm{A}) = (\mathrm{adj}\,\mathrm{A})\mathrm{A} = |\mathrm{A}|\mathrm{I}$.

33. 1, $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள், பக்கத்தின் நீளம் $\sqrt{3}$ உடைய சமபக்க முக்கோணத்தின் முனை புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

Show that the points 1, $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ and $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ are the vertices of an equilateral triangle of side length $\sqrt{3}$.

34. ஒரு கனச் சதுரப் பெட்டியின் பக்கங்களை 1, 2, 3 அலகுகள் அதிகரிப்பதால் கனச்சதுரப் பெட்டியின் கொள்ளளவைவிட 52 கன அலகுகள் அதிகமுள்ள கனச் செவ்வகம் கிடைக்கிறது எனில், கன செவ்வகத்தின் கொள்ளளவு 60 கன அலகுகள் என நிரூபிக்கவும்.

If the sides of a cubic box are increased by 1, 2, 3 units respectively to form a cuboid, then the volume is increased by 52 cubic units. Show that the volume of the cuboid is 60 cubic units.

35. குவியம் (4, 0) மற்றும் இயக்குவரை $x = -4$ உள்ள பரவளையத்தின் சமன்பாடு $y^2 = 16x$ என நிரூபிக்கவும்.

Prove that the equation of the parabola with focus (4, 0) and directrix $x = -4$ is $y^2 = 16x$.

36. விசை $13\hat{i} + 10\hat{j} - 3\hat{k}$ ஆனது, ஒரு துகளை $4\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியிலிருந்து $6\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலைவெக்டராகக் கொண்ட புள்ளிக்கு நகர்த்துகிறது எனில், அவ்விசை செய்த வேலை 69 அலகுகள் என நிரூபிக்கவும்.

A force $13\hat{i} + 10\hat{j} - 3\hat{k}$ acts on a particle which is displaced from the point with position vector $4\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ to the point with position vector $6\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$. Show that the work done by the force is 69 units.

37. $y = x^2 - 5x + 4$ என்ற வளைவரைக்கு $3x + y = 7$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக வரையப்படும் தொடுகோடு, வளைவரையை சந்திக்கும் புள்ளி (1, 0) என நிறுவுக.

Show that the point on the curve $y = x^2 - 5x + 4$ at which the tangent is parallel to the line $3x + y = 7$, is (1, 0).

38. ஒரு குறிப்பிட்ட பறவையின் முட்டை கோள வடிவமாக உள்ளது. முட்டையின் ஆரம் ஓட்டிற்கு உள்ளே 4 மி.மீ. ஆகவும், ஓட்டிற்கு வெளியே 4.2 மி.மீ. ஆகவும் உள்ளது எனில், ஓட்டின் தோராய கன அளவானது 12.8π மி.மீ^{3}. என நிரூபிக்கவும்.

An egg of a particular bird is spherical in shape. If the radius to the inside of the shell is 4 mm and radius to the outside of the shell is 4.2 mm, prove that the approximate volume of the shell is 12.8π mm^3.

39. '$*$' என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி விகிதமுறு எண்களின் கணமான **Q** -ன் மீது $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right)$; $a, b \in \mathbf{Q}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இச்செயலி ஆனது அடைவுப்பண்பு மற்றும் பரிமாற்றுப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்கவும்.

Define an operation $*$ on **Q**, the set of all rational numbers, as follows :

$a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right)$; $a, b \in \mathbf{Q}$. Examine the closure and commutative properties satisfied by $*$ on **Q**.

40. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x} + \sqrt{x}}\, dx = \frac{1}{2}$ என நிரூபிக்கவும்.

Show that $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x} + \sqrt{x}}\, dx = \frac{1}{2}$.

B

பகுதி - IV / PART - IV

குறிப்பு : **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **7x5=35**

Note : Answer **all** the questions.

41. (அ) கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பினை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க :
$x-y+2z=2,\ 2x+y+4z=7,\ 4x-y+z=4.$

அல்லது

(ஆ) 400 அடி உயர மலை உச்சி முகட்டிலிருந்து தவறுதலாக ஒரு புகைப்படக் கருவி விழுகிறது. t வினாடிகளில் புகைப்படக் கருவி விழும் தூரம் $s=-16t^2$ ஆகும். தரையைத் தொடும் முன்னர் புகைப்படக் கருவி விழ எடுத்துக்கொண்ட நேரம் 5 வினாடிகள் என நிரூபிக்கவும். மேலும் தரையைத் தொடும் போது புகைப்படக் கருவியின் கணப்பொழுது திசைவேகம் -160 அடி/வி எனவும் நிரூபிக்கவும்.

(a) Solve the system of equations
$x-y+2z=2,\ 2x+y+4z=7,\ 4x-y+z=4$ by Cramer's rule.

OR

(b) A camera is accidently knocked off an edge of a cliff 400 ft. high. The camera falls a distance of $s=-16t^2$ in t seconds. Show that the camera hits the ground when $t=5$ seconds and also prove that the velocity when it hits the ground is -160 ft./sec.

42. (அ) $z=x+iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண், $\left|\frac{z-4i}{z+4i}\right|=1$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாதை மெய் அச்சு அல்லது $y=0$ எனக் காட்டுக.

அல்லது

(ஆ) $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\,dx = \frac{\pi}{2}-1$ என நிறுவுக.

(a) If $z=x+iy$ is a complex number such that $\left|\frac{z-4i}{z+4i}\right|=1$, show that the locus of z is real axis or $y=0$.

OR

(b) Show that $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\,dx = \frac{\pi}{2}-1$.

43. (அ) $\cos^{-1}\left[\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right] + \cos^{-1}\left[\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right] = \frac{17\pi}{12}$ என நிறுவுக.

அல்லது

(ஆ) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையம், முனைகள், குவியங்கள், மையத்தொலைதகவு காண்க. அதன் தோராய வரைபடம் வரைக.

(a) Prove that $\cos^{-1}\left[\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right] + \cos^{-1}\left[\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right] = \frac{17\pi}{12}$.

OR

(b) Find the eccentricity, centre, vertices and foci of the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ and also draw the rough diagram.

44. (அ) தீர்க்க : $(e^y + 1)\cos x\, dx + e^y \sin x\, dy = 0$.

அல்லது

(ஆ) $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge (\neg q)$ எனக் காட்டுக.

(a) Solve $(e^y + 1)\cos x\, dx + e^y \sin x\, dy = 0$.

OR

(b) Show that $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge (\neg q)$.

45. (அ) வெக்டர் முறையில் $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ என நிறுவுக.

அல்லது

(ஆ) இரண்டு மிகை எண்களின் பெருக்குத் தொகை 20 மற்றும் அதன் கூடுதல் சிறுமமாக இருக்கும்போது அந்த எண்களைக் காண்க.

(a) Using Vector method, prove that $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$.

OR

(b) Find two positive numbers whose product is 20 and their sum is minimum.

46. (அ) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது, கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4 மீ. -ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மீ. தொலைவிலுள்ளது. இறுதியில் கிடைமட்டமாக 12 மீ. தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில், புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ என நிரூபிக்கவும்.

அல்லது

(ஆ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது :

X	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	2k	3k

எனில் : (i) k -ன் மதிப்பு

(ii) $P(2 \leq X < 5)$

(iii) $P(3 < X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(a) On lighting a rocket cracker it gets projected in a parabolic path and reaches a maximum height of 4 m when it is 6 m away from the point of projection. Finally it reaches the ground 12 m away from the starting point. Show that the angle of projection is $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$.

OR

(b) A random variable X has the following probability mass function :

X	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	2k	3k

Find : (i) the value of k.

(ii) $P(2 \leq X < 5)$.

(iii) $P(3 < X)$.

47. (அ) $3x-2y=0$, $x=-3$ மற்றும் $x=1$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு $\frac{15}{2}$ என நிரூபிக்கவும்.

அல்லது

(ஆ) (1, 2, 3) மற்றும் (2, 3, 1) ஆகிய புள்ளிகள் வழியே செல்லக் கூடியதும், $3x-2y+4z+5=0$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாடு $2y+z-7=0$ என நிரூபிக்கவும்.

(a) Show that the area of the region bounded by $3x-2y=0$, $x=-3$ and $x=1$ is $\frac{15}{2}$.

OR

(b) Show that the Cartesian equation of the plane passing through the points (1, 2, 3) and (2, 3, 1) and also perpendicular to the plane $3x-2y+4z+5=0$ is $2y+z-7=0$.

- o O o -